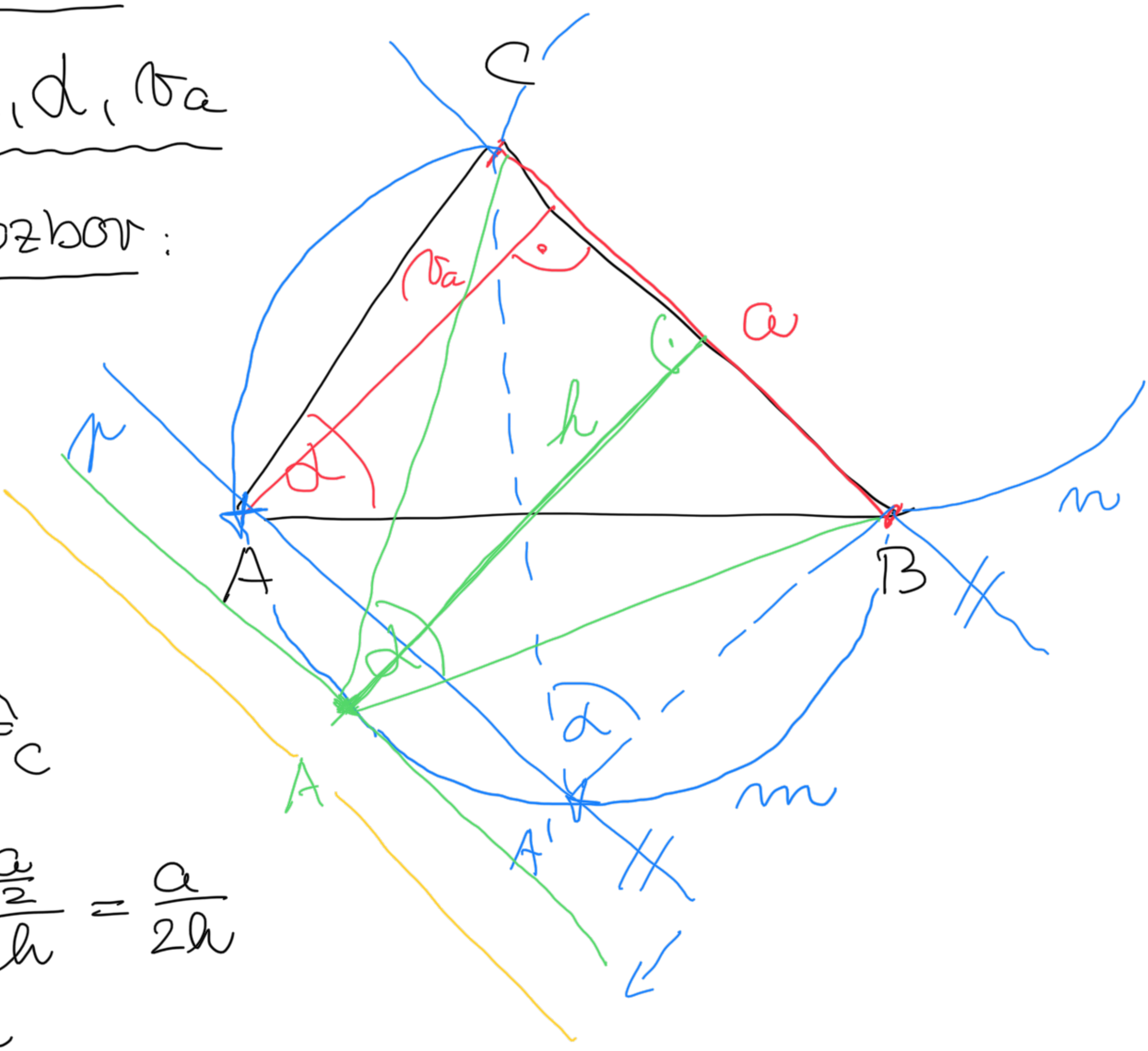
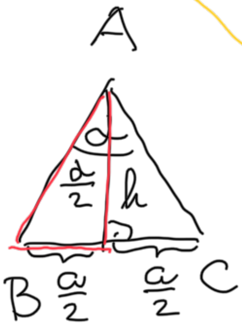
7VM2, 15.4.2021

Úkol č. 8: Sestrojte $\triangle ABC$, je-li dáno:

1) a, α, v_a

Rozbor:





$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h} = \frac{a}{2h}$$

$$h = \frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

Postup:

1) Úsečka BC délky a; $|BC| = a$.
2) Oblouk m jako část (polovina) množiny bodů, z nichž je úsečka BC vidět pod úhlem α.
3) Přímka p rovnoběžná s $\overleftrightarrow{BC}$

ve vzdálenosti v_a;

$p \parallel \overleftrightarrow{BC} \wedge v(p, \overleftrightarrow{BC}) = v_a$.

4) $A \in p \cap m$, $A' \in p \cap m$.

5) $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$.

Diskuse:

$v_a < \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ .... 2 řešení,

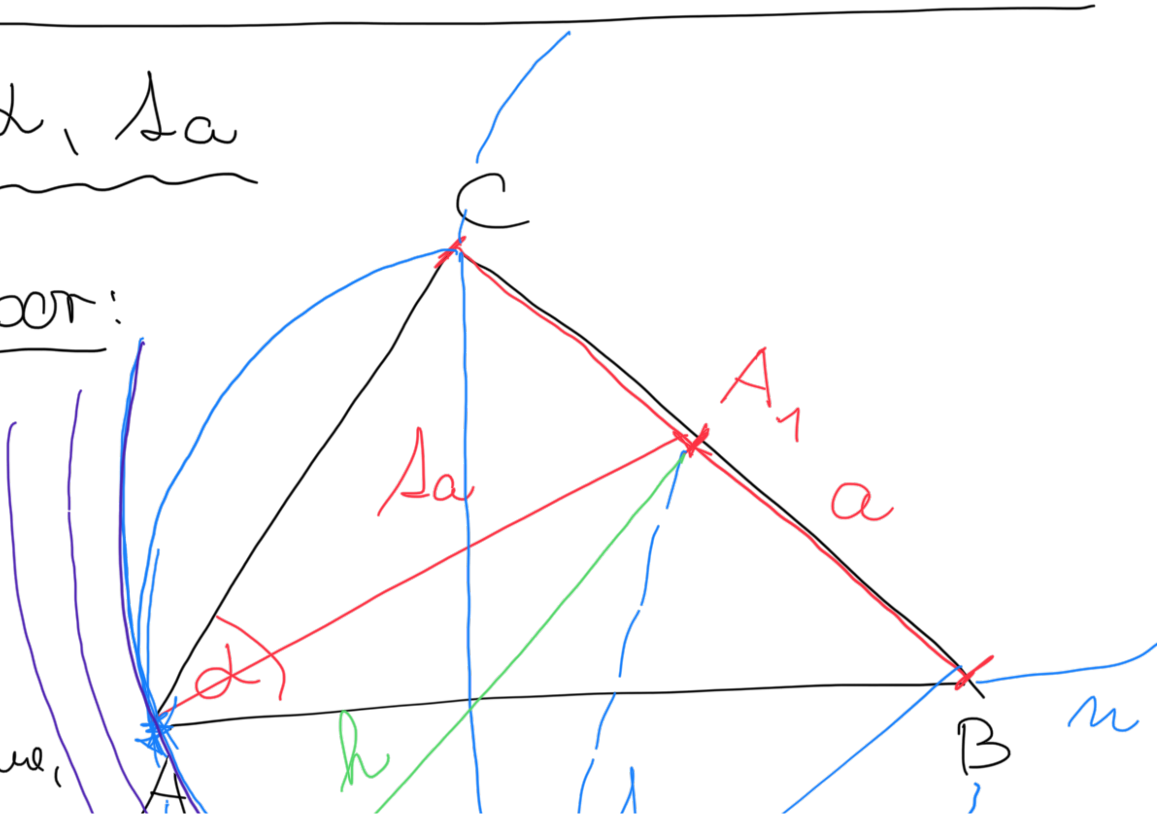
$v_a = \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... 1 řešení,

$v_a > \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... nemá řešení.

---

2) a, α, t_a

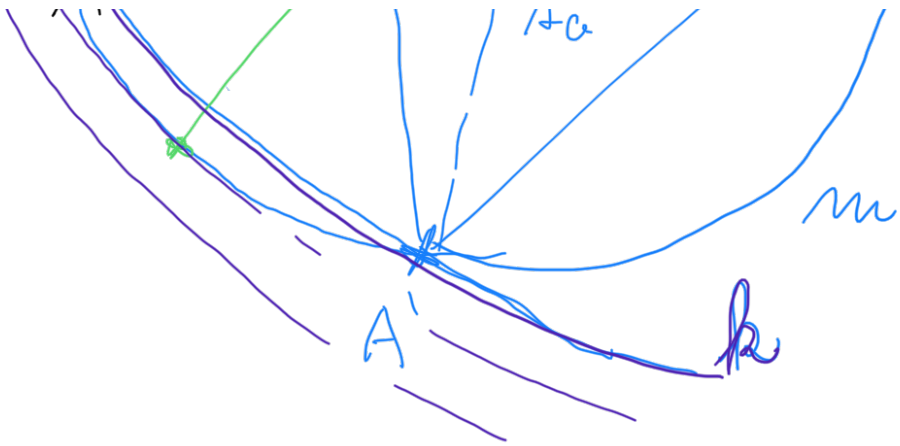
Rozbor:



z řešení úlohy 1 víme,

že

$$h = \frac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$$



Postup:

1) Úsečka BC délky a ; $|BC| = a$.
2) Oblouk m jako část množiny bodů, z nichž je BC vidět pod úhlem α.
3) Kružnice $k(A_1, t_a)$, kde A_1 je středem BC.
4) $A \in k \cap m$, $A' \in k \cap m$.
5) $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$.

Diskuse:

$t_a < \frac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... 2 řešení,

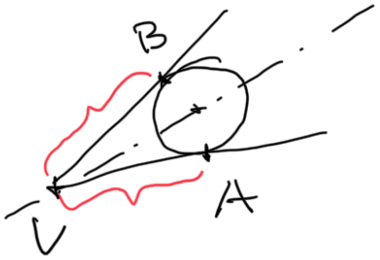
$t_a = \frac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... 1 řešení,

$\emptyset$ řešení

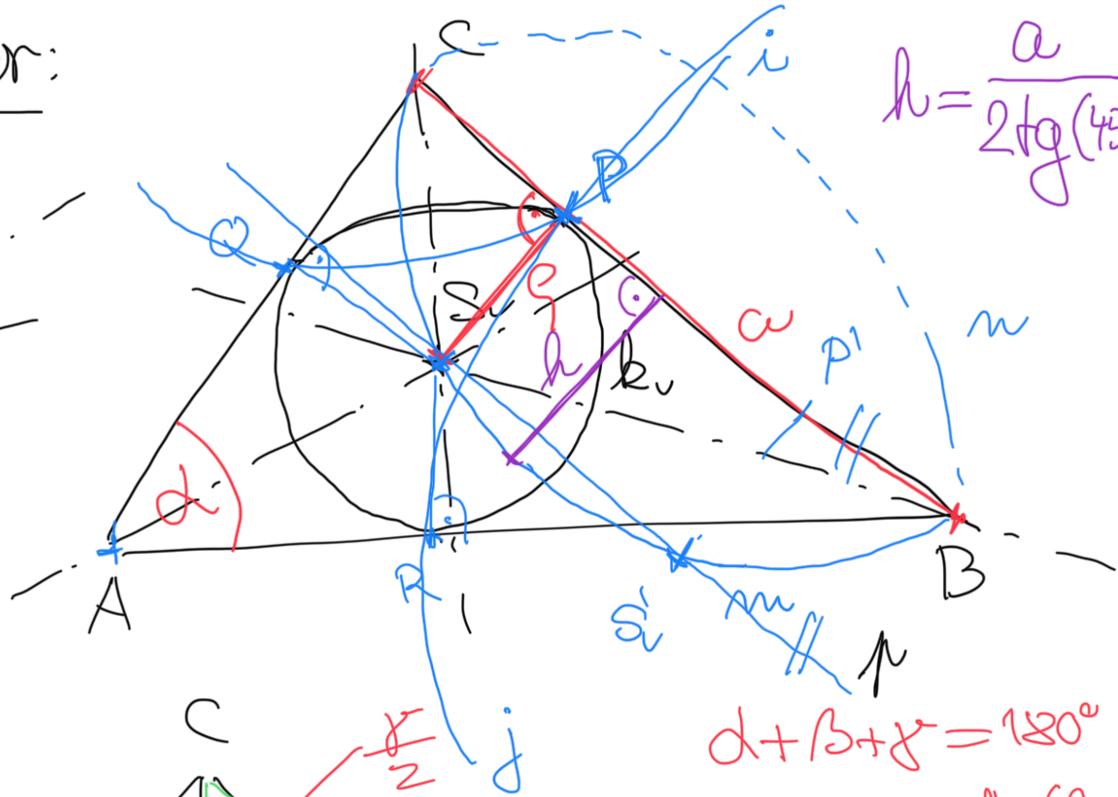
$h_a > \frac{a}{2\,tg\frac{\alpha}{2}}$ - - - ∅ řešení.

3) a, α, ρ (ρ je polomer kružnice vepsané $\triangle ABC$)

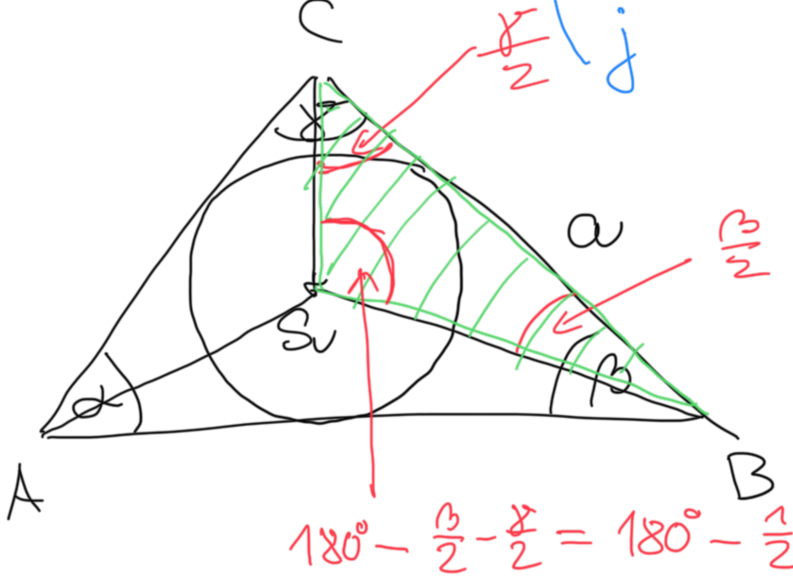
Rozbor:



$|VA| = |VB|$



$h = \frac{a}{2\,tg\left(45° + \frac{\alpha}{4}\right)}$



$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$\alpha = 180° - (\beta + \gamma)$

$\beta + \gamma = 180° - \alpha$

$180° - \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} = 180° - \frac{1}{2}(\beta + \gamma) =$

$= 180° - \frac{1}{2}(180° - \alpha) = 90° + \frac{\alpha}{2}$

Postup:

1) Úsečka BC délky a; $|BC| = a$.

2) Oblouk m jako část (polovina) množiny bodů, z nichž vidíme úsečku BC pod úhlem $90° + \frac{\alpha}{2}$.

3) Přímka p rovnoběžná s $\overleftrightarrow{BC}$ ve vzdálenosti ϱ;
$$p \parallel \overleftrightarrow{BC} \wedge v(p, \overleftrightarrow{BC}) = \varrho.$$

4) $S_v \in p \cap m$ $(S_v' \in p \cap m)$.

5) Bod P jako pata kolmice spuštěné z S_v na $\overleftrightarrow{BC}$.

6) Kružnice $k_v(S_v, |S_vP| = \varrho)$, jako kružnice vepsaná (budoucímu) $\triangle ABC$.

7) Kružnice $i(C, |CP|)$ a $j(B, |BP|)$.

8) $Q \in i \cap k_v$, $R \in j \cap k_v$

9) $A \in \overleftrightarrow{CQ} \cap \overleftrightarrow{BR}$.

10) $\triangle ABC$.

Diskuse:

a

$$\varrho < \frac{}{2\,\mathrm{tg}\left(45^\circ + \frac{\alpha}{4}\right)} \quad \ldots \text{ 2 řešení,}$$

$$\varrho = \frac{a}{2\,\mathrm{tg}\left(45^\circ + \frac{\alpha}{4}\right)} \quad \ldots \text{ 1 řešení,}$$

$$\varrho > \frac{a}{2\,\mathrm{tg}\left(45^\circ + \frac{\alpha}{4}\right)} \quad \ldots \text{ nemá řešení.}$$